

一种基于多字典学习的图像分割模糊方法

李亚峰

(宝鸡文理学院计算机学院,陕西宝鸡 721016)

摘 要: 本文提出一种基于多字典学习的图像分割模糊模型和算法. 在模型中,结合多字典学习和模糊方法,考虑了分割区域内部的一致性和边界的正则性:一方面使用区域块均值和带有类标的结构字典重构图像块,利用重构误差和 l_2 正则能量共同度量分割区域内部的一致性,该度量能够刻画图像不同区域的灰度信息和纹理模式;另一方面采用小波系数稀疏正则保持分割区域边界的几何结构. 基于交替方向乘子法和字典学习方法给出新模型的快速求解算法. 在该算法中,除了小波阈值,每一步都是显示表达式,因此简单易用. 一系列实验结果验证了本文算法的有效性.

关键词: 图像分割;字典学习;变分模型;正则化方法

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2018)07-1700-10

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.07.023

An Image Segmentation Fuzzy Method Based on Multi-Dictionary Learning

LI Ya-feng

(School of Computer Science and Technology, Baoji University of Arts and Science, Baoji, Shaanxi 721016, China)

Abstract: This paper presents an image segmentation fuzzy model and algorithm based on multi-dictionary learning. In the proposed model the conformity within the segmented regions and the regularization of the boundary are considered by combining multi-dictionary learning and fuzzy method. On one hand, image patches are reconstructed by using the block means within the segmented regions and a structured dictionary with class labels. The class-specific reconstruction residual and the l_2 regularization term measure the conformity within the segmented regions. This measurement can describe intensity information and texture pattern for different regions of images. On the other hand, the wavelet sparsity regularization is employed to preserve geometric shape of the segmented regions. Based on the alternating direction method of multipliers and dictionary learning method, we design a fast alternative iteration algorithm to solve the proposed model. In the proposed algorithm each step except wavelet shrinkage is a closed form. Hence it is easy to use. Numerical experiments are presented to demonstrate the efficient performance of the proposed algorithm.

Key words: image segmentation; dictionary learning; variational model; regularization method

1 引言

图像分割是图像处理和计算机视觉中具有挑战性的任务,它是图像理解和图像分析的关键步骤. 近年来,由于图像分割技术应用领域的快速扩展^[1,2],如何有效地实现图像分割变得越来越重要. 图像分割的难点在于图像中存在的噪声、复杂背景、不同纹理、尺度不一致和灰度局部变化及分布不均等现象,使得图像分割至今仍是有待解决的问题. 近20年来,研究者们已经提出了大量的图像分割方法. 基于变分模型的分割方法作为最重要和成功的方法之一,吸引了国内外学者的广

泛关注. 基于变分模型的图像分割方法是通过原始图像或图像特征域定义一个能量泛函,能量泛函中体现了分割区域的内部特点及边界的正则先验,通过最小化能量泛函实现图像分割. 研究者们已经提出了大量的图像分割变分模型,例如:Potts模型^[3]、Mumford-Shah模型^[4]、蛇模型^[5]、区域竞争模型^[6]、局部二值拟合(Local Binary Fitting, LBF)模型^[7]等经典模型以及许多扩展模型^[8,9].

图像分割的一个重要问题是如何刻画图像分割区域内部的一致性. 经典模型和许多扩展模型假设分割区域内部是光滑的、常值或服从某种分布. 显然,当图像

服从这些假设时,可以得到理想的分割结果.然而,当实际图像中包含有各类复杂的纹理和局部变化时,很难满足这些苛刻、严格的假设.对于包含纹理成分的图像,人们通常先提取图像的纹理特征,然后再对纹理特征进行分割.纹理特征的提取方法通常有统计方法、变换域方法和结构描述方法等.统计方法利用纹理的统计信息提取纹理特征,例如:灰度直方图和共生矩阵.变换域方法在变换域描述纹理特征,例如:Gabor 变换^[10]和小波变换^[11].结构描述方法通过结构描述子刻画纹理特征,例如:结构张量^[12]和曲率^[13].基于特征提取的分割方法在高维的特征向量空间很难进行特征选择,不仅计算量大且实验结果对图像类型和参数选择有较强的依赖性.近年来,字典学习方法从训练样本上学习自适应字典,已经被成功的应用于图像去噪^[14]、图像超分辨^[15]和压缩感知^[16]等领域,并得到了高质量的实验结果.针对图像分割问题,本文给出一种带有类标结构字典的快速学习方法,该结构字典能够有效地刻画图像不同区域的局部纹理结构.

大量研究表明图像特征是研究图像分割问题的关键.下面给出本文使用图像区域的三个主要特征:(1)目标边界的正则性;(2)图像不同区域的平均灰度;(3)图像不同区域的局部纹理结构信息.根据这三个特征,本文考虑了分割边界的正则性和分割区域内部的一致性.首先目标边界应当具有一定的正则性,假定表示分割区域的边界函数属于某个光滑函数空间,例如:Besov 空间^[17],使用该空间上的半范数来度量目标边界的全局正则性.其次,考虑分割区域内部的一致性.由于图像的不同区域中包含局部灰度的变换及复杂多变的纹理局部结构,从整体上很难使用数学工具进行描述.因此,本文使用图像块作为图像局部特征,用图像块构造描述分割区域内部一致性的度量,该度量反映了图像不同区域的平均灰度和局部纹理结构.在模型中我们使用区域块均值和带有类标的结构字典进行建模.本文主要贡献如下:(1)基于字典学习,给出一个一般的多字典学习图像分割模型;(2)基于一般模型,使用区域块均值和带有类标的结构字典重构图像块,使用重构误差和 l_2 正则能量共同度量分割区域内部的一致性,该度量能够刻画图像不同区域的灰度信息和纹理模式.采用小波系数稀疏正则保持分割区域边界的几何结构.该方法同时考虑了分割区域内部的局部性质和边界的全局正则性;(3)基于交替方向乘子法和多字典学习方法给出新模型的快速求解算法.在该算法中,除了小波阈值,每一步都是显示表达式,因此简单易用.

2 多字典学习的图像分割模型

给定原始图像 $f(x): \Omega \rightarrow R^+ \cup \{0\}$, 其中, $\Omega \in R^2$ 是

有界开集,图像分割的目标是将 Ω 划分成互不相交的 N 个子区域 $\Omega_{i=1:N}$, $N \geq 2$. 本文使用多字典对所有图像块 (all overlapping patches) 进行图像分割建模. 令 R 为抽取图像块算子, $Rf(x) \in R^n$ 表示以图像 $f(x)$ 的 x 位置为中心,抽取大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ 的图像块,并表示为 n 维向量形式. 令 $C_i (i=1:N)$ 是常值向量,表示图像块 $Rf(x)$ 在第 i 个子区域 Ω_i 的均值(该均值不考虑图像局部纹理结构),为了叙述方便,本文称 C_i 为图像在第 i 个子区域的块均值. 与经典模型以单个像素为特征的区域均值不同,区域块均值不仅能够反映区域均值并且能够反映像素点邻域的灰度变化. 令 $M = \sum_{i=1}^N m_i$ 表示带有类标的结构字典 $D = [D_1, \dots, D_i, \dots, D_N]$ 的原子个数, m_i 表示子字典 D_i 的原子个数. 通过学习带有类标的结构字典 D ,使得第 i 类图像块的纹理结构能够被子字典 $D_i \in R^{n \times m_i}$ (每个子字典的大小为 $n \times m_i$) “较好的表示”. 这里所谓“较好的表示”是指在特定的表示模型和度量下,使用 D_i 表示第 i 类图像块纹理结构的度量较小,然而使用 $D_j (j \neq i)$ 表示该图像块纹理结构的度量相对较大. 记 $A(x) = [\alpha_1(x), \dots, \alpha_i(x), \dots, \alpha_N(x)]$, 这里 $\alpha_i(x)$ 是图像块 $Rf(x)$ 纹理结构在子字典 D_i 上的表示系数. 通过考虑分割区域内部的一致性和边界的正则性,本文首先给出下面一般的多字典学习多区域分割模型:

$$\begin{aligned} \min_{D, A(x), C, \Omega} & \left[\begin{aligned} & F(\Omega_i, f(x), C_i, D, A(x)) \\ & = \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega_i} r_i(C_i, D_i, A(x), Rf(x)) \\ & + \eta \sum_{i=1}^N |\partial \Omega_i| \\ & + \tau \psi(D, A(x)) \end{aligned} \right] \\ \text{s. t. } & \bigcup_{i=1}^N \Omega_i = \Omega, \Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset, \forall j \neq i \quad (1) \end{aligned}$$

这里, η 和 τ 是两个固定的平衡参数. 在模型(1)中,第一项是保真项(数据竞争项), r_i 度量分割区域 Ω_i 内部特征的一致性,该度量通过第 i 个区域的块均值 C_i 和多字典 D_i 对图像块的表示能力来定义. 第二项是边界惩罚项, $|\partial \Omega_i|$ 表示子区域 $\partial \Omega_i$ 边界的长度,希望分割边界具有一定的正则性. 第三项是判别提升项,通过对字典 D 和表示系数矩阵 A 的约束使得 D 和 A 具有较强的判别能力.

在变分图像分割中,常用的两种分割区域表示方法为水平集方法和模糊隶属度函数方法^[18]. 由于模糊隶属度函数的灵活可变,该方法引起了众多学者的关注,并得到了较快的发展^[19]. 本文结合多字典学习和模糊方法,给出下面的图像分割模型. 令 $I(x) = [I_1(x), \dots, I_i(x), \dots, I_N(x)]$, 其中 $I_i: \Omega \rightarrow (0, 1]$, $i=1:N$ 是模

模糊隶属度函数,它指示图像的分割子区域 Ω_i . 本文的模糊多区域图像分割模型如下:

$$\min_{D, A(x), C_i, I(x)} \left\{ \begin{aligned} F &= \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} r_i I_i(x) \\ &+ \eta \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} \sum_{w \in A} |(I_i(x))_w| \end{aligned} \right\}$$

s. t. (I) $\sum_{i=1}^N I_i(x) = 1$

(II) $0 < I_i(x) \leq 1, \quad i=1, 2, \dots, N$

(III) $d_k^T d_k = 1, \quad k=1, 2, \dots, M$ (2)

注意到,模型(2)通过模糊隶属度函数松弛了模型(1). 模型(2)中,第一项是保真项,其中 $r_i = \|Rf(x) - C_i - D_i \alpha_i(x)\|_2^2 + \lambda \|\alpha_i(x)\|_2^2$ 度量区域内部的一致性, r_i 由图像区域块均值 C_i 和子字典 D_i 对图像块的重构误差及表示系数 $\alpha_i(x)$ 的 l_2 正则能量共同定义, $\|\cdot\|_2$ 表示向量的 l_2 范数. 该度量能够刻画图像不同区域的灰度信息和纹理模式,通过参数 λ 可以控制图像块纹理结构在分割中的作用. 第二项是正则项,保证分割区域边界的正则性. 正则项中,假定隶属度函数属于 Besov 空间 $B_{1,1}^1$, 利用该空间上的半范数 $|f|_{B_{1,1}^1}$ 与小波系数的 l_1 范数等价关系,近似度量目标边界的正则性^[17]. 这里 $(I_i(x))_w$ 表示隶属度函数 $I_i(x)$ 的小波系数, $\sum_{w \in A} |(I_i(x))_w|$ 为小波稀疏正则化约束, A 表示分解系数指标集,文献[19]也使用了该正则化约束,并应用于医学图像分割. 其它正则化方法,例如:全变差正则^[6]、全变差投影正则^[20],也可以用于模型(2),然而基于全变差的方法,容易造成边界移位并且整个优化迭代算法需要进行内部迭代^[20]. 事实上这类正则化方法是经典模糊聚类方法的推广^[18]. 模型(2)的第一个约束和第二个约束分别为隶属度函数的归一化约束和模糊度范围约束. 第三个约束要求结构字典的每个原子满足单位规范化条件. 模型(2)与传统字典学习模型有两个方面不同:一方面,模型(2)没有附加判别项来提升字典的判别性. 如果附加判别提升项将会使得求解模型的算法复杂,并且引入更多的参数,导致很难应用于图像分割问题. 在模型(2)中,由于隶属度函数的正则性是对分割区域的全局约束,它能较好保持分割区域的边界,从而保证字典较好地表示不同的分割区域. 另一方面,模型(2)中的保真项(第一项)使用 l_2 约束,不是 l_0 或 l_1 约束,因此本文的模型不是一个稀疏表示模型. 文献[21]的作者发现尽管稀疏约束在模式分类问题中很重要,但稀疏约束不是分类的关键,并且在文献[22]中进一步验证了这一点. 本文使用 l_2 约束有三个优点:①使用 l_2 约束使得最小二乘解稳定;②虽然 l_2 约束没有稀疏约束强,但也使得表示系数相对具有一定的正则结构,这种正则结构也为

分类带来判别信息^[21]. 换句话说,如果 $Rf(x)$ 属于第 i 个区域,不仅要求用第 i 个区域块均值和子字典表示的重构误差小,并且要求表示系数具有一定的正则结构;③当训练样本非常大时,使用 l_2 约束大大递减了运算的复杂度. 基于以上优点使得本文方法高效.

3 多字典学习的图像分割算法

这一节给出求解模型(2)的详细算法. 为了表达简单,下面省略变量 x , 使用上标 (k) 表示第 k 次迭代更新结果. 本文采用交替最小化方法求解模型(2), 求解过程分为以下两个阶段.

阶段 1 (区域块均值更新与多字典学习) 模型(2)中,固定变量 I , 得到下面的子优化问题

$$\{D^{(k+1)}, A^{(k+1)}, C_i^{(k+1)}\}$$

$$= \operatorname{argmin}_{D, A, C_i} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} [(\|Rf - C_i - D_i \alpha_i\|_2^2 + \lambda \|\alpha_i\|_2^2) I_i^{(k)}] \right\},$$

s. t. (III) $d_k^T d_k = 1, \quad k=1, 2, \dots, M$ (3)

在这个阶段中,首先,固定字典 D 和表示系数矩阵 A , 由模型(3), 得到下面的优化问题

$$C_i^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{C_i} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} [(\|Rf - D_i \alpha_i^{(k)} - C_i\|_2^2) I_i^{(k)}] \right\}$$

(4)

这个最小化能量泛函是可微的,容易得到

$$C_i^{(k+1)} = \sum_{x \in \Omega} [(Rf - D_i \alpha_i^{(k)}) I_i^{(k)}] / \sum_{x \in \Omega} I_i^{(k)} \quad (5)$$

由式(5)可以看到, $C_i^{(k+1)}$ 是图像块减去纹理结构在子区域 i 上的均值,因此本文称之为区域块均值.

其次,固定 C_i , 由模型(3), 得到下面的子优化问题 $\{D^{(k+1)}, A^{(k+1)}\}$

$$= \operatorname{argmin}_{D, A} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} [(\|Rf - C_i^{(k+1)} - D_i \alpha_i\|_2^2 + \lambda \|\alpha_i\|_2^2) I_i^{(k)}] \right\},$$

s. t. (III) $d_k^T d_k = 1, \quad k=1, 2, \dots, M$ (6)

这是一个字典学习问题,采用交替更新表示系数和字典. 首先固定字典 D , 求解所有训练样本在 D_i 上的表示系数 α_i , 从而得到表示系数矩阵 A ; 然后根据 A 更新字典 D , 即迭代如下两个步骤求解子优化问题(6).

第一步: 固定字典 D , 更新表示系数矩阵 A 由模型(6), 这是一个关于 α_i 的二次优化问题, 由 Euler-Lagrange 方程得到

$$\alpha_i = (D_i^T D_i + \lambda E)^{-1} D_i^T (Rf - C_i^{(k+1)}) \quad (7)$$

这里 E 为单位矩阵.

第二步: 固定表示系数矩阵 A , 更新字典 D . 由模型(6), 这是一个关于 D_i 的二次优化问题, 并且字典原子满足单位化约束(III). 由 Euler-Lagrange 方程和字典原子规范化得到

$$\mathbf{D}_i = P \left[\sum_{x \in \Omega} \left[(Rf - \mathbf{C}_i^{(k+1)}) \boldsymbol{\alpha}_i^T \mathbf{I}_i^{(k)} \right] \left(\sum_{x \in \Omega} (\boldsymbol{\alpha}_i \boldsymbol{\alpha}_i^T \mathbf{I}_i^{(k)}) \right)^{-1} \right] \quad (8)$$

这里 P 是单位规范化算子,

$$P(\mathbf{D}) = (\hat{\mathbf{d}}_k)_{k=1}^M, \quad \hat{\mathbf{d}}_k = \mathbf{d}_k / \|\mathbf{d}_k\|$$

以上两步进行迭代,得到式(6)的解,即优化的字典 $\mathbf{D}^{(k+1)}$ 和表示系数矩阵 $\mathbf{A}^{(k+1)}$.

由式(5),式(7)和式(8),可以看到三个子问题的解均是显示表达式,因此非常容易计算.

阶段 2 (分割区域的表示,模糊隶属度函数的求解) 模型(2)中,固定变量 $\mathbf{D}, \mathbf{A}, \mathbf{C}_i$, 得到下面的子优化问题

$$\begin{aligned} \mathbf{I}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_I \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} r_i^{(k+1)} \mathbf{I}_i + \eta \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} \sum_{w \in A} |(I_i)_w| \right\} \\ \text{s. t.} \quad (\text{I}) \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_i = 1, \quad (\text{II}) 0 < \mathbf{I}_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (9)$$

这是一个约束优化问题. 引入辅助函数 $\mathbf{H} = (h_1, \dots, h_N)$, 通过添加恒等约束条件(IV). 令 $\mathbf{I}_i = h_i, i = 1, 2, \dots, N$, 模型(9)等同于下面的优化模型

$$\begin{aligned} \min_{I, H} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} r_i^{(k+1)} \mathbf{I}_i + \eta \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} \sum_{w \in A} |(h_i)_w| \right\} \\ \text{s. t.} \quad (\text{I}) \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_i(x) = 1 \\ (\text{II}) 0 < \mathbf{I}_i(x) \leq 1, i = 1, 2, \dots, N \\ (\text{IV}) \mathbf{I}_i = h_i, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (10)$$

在模型(10)中,为满足约束条件(II),在迭代中使用投影公式 $\mathbf{I}_i(x) = \min\{\max\{\mathbf{I}_i(x), 0\}, 1\}$, 将隶属度函数投影到区间 $(0, 1]$. 为满足约束条件(I)和(IV),使用交替方向乘法^[23], 引入所谓的“允许”函数 $b(x)$ 和 $s_i(x), i = 1: N$, 通过增加二次惩罚项来更新迭代过程. 因此通过下面的迭代系统求解模型(10).

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{I}^{(k+1)} &= \operatorname{argmin}_I \left\{ \begin{aligned} &\sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} r_i^{(k+1)} \mathbf{I}_i \\ &+ \frac{\beta_1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} (\mathbf{I}_i - h_i^{(k)} + s_i^{(k)})^2 \\ &+ \frac{\beta_2}{2} \sum_{x \in \Omega} \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{I}_i - 1 + b^{(k)} \right)^2 \end{aligned} \right\} \\ \mathbf{H}^{(k+1)} &= \operatorname{argmin}_H \left\{ \begin{aligned} &\frac{\beta_1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} (h_i - \mathbf{I}_i^{(k+1)} - s_i^{(k)})^2 \\ &+ \eta \sum_{i=1}^N \sum_{x \in \Omega} \sum_{w \in A} |(h_i)_w| \end{aligned} \right\} \\ s_i^{(k+1)} &= s_i^{(k)} + \mathbf{I}_i^{(k+1)} - h_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N \\ b^{(k+1)} &= b^{(k)} + \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_i^{(k+1)} - 1 \\ \mathbf{I}_i^{(k+1)} &= \min\{\max\{\mathbf{I}_i^{(k+1)}, 0\}, 1\}, i = 1, 2, \dots, N \\ k &= k + 1 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

在迭代系统(11)中,第一个最小化问题的泛函关于 \mathbf{I}_i 可微,由 Euler-Lagrange 方程得到

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_i^{(k+1)} &= \frac{-r_i^{(k+1)} + \beta_1 (h_i^{(k)} - s_i^{(k)}) + \beta_2 (1 - b^{(k)})}{\beta_1} \\ &= \frac{\beta_2 - \sum_{i=1}^N r_i^{(k+1)} + \beta_1 \sum_{i=1}^N (h_i^{(k)} - s_i^{(k)}) + N\beta_2 (1 - b^{(k)})}{\beta_1 N\beta_2 + \beta_1} \end{aligned} \quad (12)$$

迭代系统中的第二个问题是经典的 l_1 优化问题,通过软阈值可以得到解. 记软阈值算子为 $T_{1/\mu}$, 即 $T_{1/\mu}(\alpha) = \operatorname{sign}(\alpha) (|\alpha| - 1/\mu)_+$, 因此对所有指标 $w \in A, i = 1, 2, \dots, N$, 式(11)的第二个子问题的解为

$$(h_i^{(k+1)})_w = T_{\frac{1}{\eta}}((\mathbf{I}_i^{(k+1)} + s_i^{(k)})_w) \quad (13)$$

基于以上阶段 1 和阶段 2 的分析,求解模型(2)的算法综述如下.

算法 1 基于多字典学习的图像分割算法

输入:待分割图像 f , 参数 $N, \lambda, \eta, \beta_1, \beta_2, n, m_i, i = 1: N$.
初始化: $\mathbf{I}^{(0)} = \mathbf{H}^{(0)}, \mathbf{D}^{(0)}, \mathbf{A}^{(0)} = 0, b^{(0)} = 0, s_{i=1: N}^{(0)} = 0$, 令 $k = 0$.
迭代

阶段 1 区域块均值更新与多字典学习

通过式(5),计算块均值 $\mathbf{C}_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N$.

通过式(7)和式(8)交替迭代,计算 $\mathbf{D}^{(k+1)}, \mathbf{A}^{(k+1)}$.

阶段 2 分割区域的表示,模糊隶属度函数的求解

1. 通过式(12),计算 $\mathbf{I}_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N$.

2. 使用小波变换得到小波系数 $(\mathbf{I}_i^{(k+1)} + s_i^{(k)})_w$, 通过式(13)计算 $(h_i^{(k+1)})_w$, 使用逆变换得到 $h_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N$.

3. $s_i^{(k+1)} = s_i^{(k)} + \mathbf{I}_i^{(k+1)} - h_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N$.

4. $b^{(k+1)} = b^{(k)} + \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_i^{(k+1)} - 1$.

5. $\mathbf{I}_i^{(k+1)} = \min\{\max\{\mathbf{I}_i^{(k+1)}, 0\}, 1\}$.

$k = k + 1$.

直到满足迭代停止标准或达到固定的迭代次数.

输出: $\mathbf{I}_i (i = 1, 2, \dots, N), \mathbf{D}$.

令 $G^{(k)} = |F^{(k)} - F^{(k+1)}| / F^{(k)}$ 表示迭代能量相对误差, $F^{(k)}$ 为本文模型(2)中能量泛函在第 k 次迭代的值. 算法 1 中的停止标准为满足 $G^{(k)} < \varepsilon$ 时停止迭代, ε 是一个小的正常数. 由算法 1 可以看到,除了小波阈值,每一步都是显示表达式,因此保证了较高的计算效率. 在实际计算中,子优化问题不必求出确切的最小值点. 阶段 1 中,字典更新只需 2 次迭代. 算法 1 不能保证收敛到全局极小,甚至局部极小的收敛性证明也是个难题. 尽管没有从理论上证明迭代的收敛性,但实验表明算法 1 较快地收敛到稳定点.

4 数值实验

这一节进行图像分割的数值实验. 测试图像包括合成纹理图像和自然图像,纹理图像来自 Brodatz 纹理

图像数据库,自然图像来自 Weizmann 数据库.所有实验是在 CPU 为 1.9GHz,4GB 内存,编程环境为 Matlab 7.0 下运行实现的结果.

4.1 参数设置

本文使用交替方向乘子法求解约束优化问题,二次惩罚参数 β_1, β_2 不必设置太大,所有实验中,固定 $\beta_1 = 1, \beta_2 = 500$ [23]. 算法 1 中初始化字典 $\mathbf{D}^{(0)}$ 随机产生,并将每个字典原子归一化.从图像中有重叠的提取所有图像块用于训练字典.在阶段 1 中,多字典学习内部迭代次数设定为 2 次,算法 1 的停止标准选择相对误差 $G^{(k)}$ 不超过 $\varepsilon = 10^{-4}$. 算法 1 不能保证收敛到全局极小,不同的初始化隶属度函数 $\mathbf{I}^{(0)}$ 对收敛速度及实验结果都有影响.然而我们发现对于两区域图像分割,本文算法对隶属度函数的初始化较为鲁棒.对于多区域图像分割,本文采用手动初始化隶属度函数.为了简化初始化方法,我们采用互不重叠的初始化 $\mathbf{I}_i^{(0)}, (i=1:N)$,且只需大致标记不同区域.实验中,我们用不同颜色标记 $\mathbf{I}_i^{(0)} (i=1:N-1)$,并令 $\mathbf{I}_N^{(0)} = 1$

$-\sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{I}_i^{(0)} (N \geq 3)$. 在实验中,如果没有特别声明,对于两区域图像分割,我们使用 K-means 聚类算法作为算法 1 中隶属度函数的初始化方法.尽管 K-means 聚类算法容易导致过分割现象,但大量实验表明, K-means 聚类算法可以作为一个好的初始化方法 [24]. 我们给出了使用算法 1 在不同初始化下的两区域图像分割的实验结果对比.表示系数的 l_2 正则项中,参数 λ 可以控制图像块纹理结构在分割中的作用. λ 越大纹理结构信息对分割的作用越小, λ 越小纹理结构对分割的作用越大.不同情形下,实验中讨论了参数 λ 的作用.正则项选用 DB3 小波变换,3 层小波分解,参数 η 控制着分割边界的正则性,参数越大分割边界越光滑,对比实验说明了参数 η 的作用.字典大小参数的选择与图像纹理的尺度和复杂程度有关.为了简化参数设置,所有实验中,选用相同大小的子字典.综上所述,算法 1 需要调节的参数有 λ, η 和字典大小参数,实验中给出了不同参数对实验结果的影响,并给出这些参数选择的一般原则.本文采用模糊隶属度函数指示分割区域,它的值在 $(0, 1]$,最终每个像素用 $i^* = \operatorname{argmax}_i \hat{\mathbf{I}}_i(x)$ 来标记, $\hat{\mathbf{I}}_i(x)$ 是通过算法 1 优化的隶属度函数.为了量化不同算法的有效性,实验中使用正确分割率评估算法的分割精确度.正确分割率是通过已有的标准分割模板 (ground truth),计算正确分割的像素数与图像大小的比例,其度量公式为

$$J(S_1, S_2) = |S_1 \cap S_2| / |S_1 \cup S_2| \quad (14)$$

其中 S_1, S_2 分别表示算法分割结果和标准分割模板, $|\cdot|$ 表示相应区域中的像素点个数,正确分割率越接近

1 分割精确度越高.

4.2 实验结果与分析

图 1 给出本文算法在不同初始隶属度函数下的分割结果.图 1(a)为包含了两种纹理的合成测试图像.图 1(b),1(c)和 1(d)分别为使用手工标记,随机标记和 K-means 聚类算法的初始化分割,图 1(e),1(f)和 1(g)为本文算法相应的分割结果,分割精确度分别为 0.9938,0.9931 和 0.9940.从实验结果可以看到,使用不同的初始化,本文算法均完成了高质量的分割结果.由图 1(h)可以看到,本文算法随着迭代次数的增加,能量泛函 F 的值逐渐递减,最终趋于恒定值,并且使用不同初始化,能量泛函收敛到几乎相同的值.图 1(i)和 1(j)为图 1(a)两个区域的学习字典原子,可以清楚地观察到不同纹理的局部模式.对两区域图像而言,本文算法使用 K-means 聚类算法进行初始化,算法相对更稳定,分割精度更高.因此,在后面的实验中,对于两区域图像分割,本文算法使用 K-means 聚类算法作为隶属度函数的初始化.

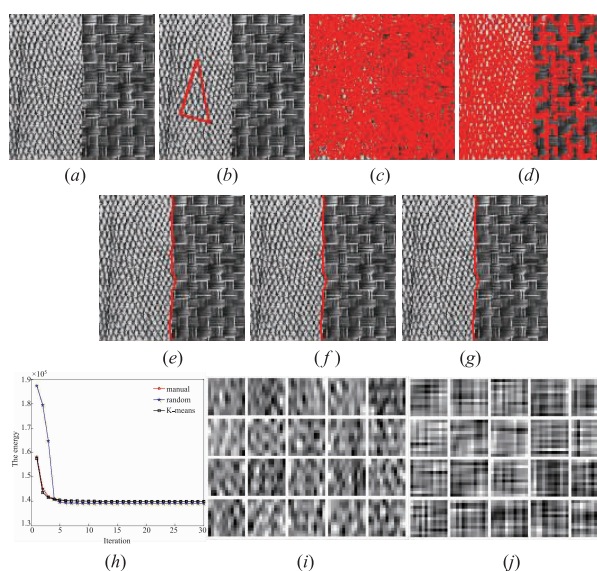


图1 本文算法使用不同初始化的分割结果

参数 λ 是本文算法的一个重要参数.选择参数 λ 的原则为:如果纹理特征是图像不同区域的主要特征则选择较小的参数 λ ,如果灰度信息是图像不同区域的主要特征则选择较大的参数 λ ,否则灰度信息与纹理信息都是图像不同区域的主要特征则选择适中大小的参数 λ .模型 2 的第一项保真项中, $r_i = \|Rf(x) - C_i - D_i \alpha_i(x)\|_2^2 + \lambda \|\alpha_i(x)\|_2^2$ 能够刻画图像不同区域的灰度信息和纹理模式.容易看到:如果图像以块均值作为不同区域主要特征,则选择较大的 λ ,在最小化能量后,导致较小的优化表示系数,从而使得图像局部纹理特征对重构图像块的作用较小;如果图像以纹理作为不同区

域的主要特征,则选择较小的 λ ,在最小化能量后,导致较大的优化表示系数,从而使得图像局部纹理特征对重构图像块的作用较大;如果图像中灰度信息与纹理信息都是图像不同区域的主要特征则选择适中大小的参数 λ .图2给出本文算法在不同情形下,使用不同参数 λ 的分割结果.图2(a)~(d)分别为不同的测试图像.由图2(a)可见,不同纹理模式作为图像中不同区域的主要特征,该图像中两个区域的平均灰度几乎相同.由图2(b)可见,两个区域的纹理模式完全一致,不同区域的主要特征是不同的平均灰度.由图2(c)可见,两个区域的纹理模式及平均灰度都不同,这种情形在自然图像中更加常见.图2(e)~(g)为本文算法使用参数 $\lambda = 0.0002, 100, 0.01$ 对测试图像2(a)~(c)分割的结果,分割精确度分别为0.9989,0.9970和0.9885.由图2(d)可见,不同区域的两个主要特征(平均灰度和纹理模式)并没有重叠在同一个区域,这种情形更加复杂,在实际问题中,需要根据应用目的来确定不同区域.图2(h)~(j)给出本文方法使用不同参数 λ 分割图2(d)的三个结果,可以看到本文方法能够根据平均灰度和纹理模式给出不同的分割结果.图2(h)和2(i)为两区域分割结果,其中,图2(h)是根据平均灰度为主要特征的分割结果($\lambda = 100$),分割精确度为0.9952,图2(i)是根据纹理模式为主要特征的分割结果($\lambda = 0.0002$),分割精确度为0.9966.图2(j)为三区域分割结果,该分割过程,同时考虑了不同区域的平均灰度和纹理模式的差异($\lambda = 0.01$),分割精确度为0.9812.图2(k)给出了本文方法分割图2(a)的两个学习子字典原子,可以清楚的看到它们刻画了图2(a)不同区域的局部纹理模式.其它情形的学习字典原子也有相应区域类似的局部结构.

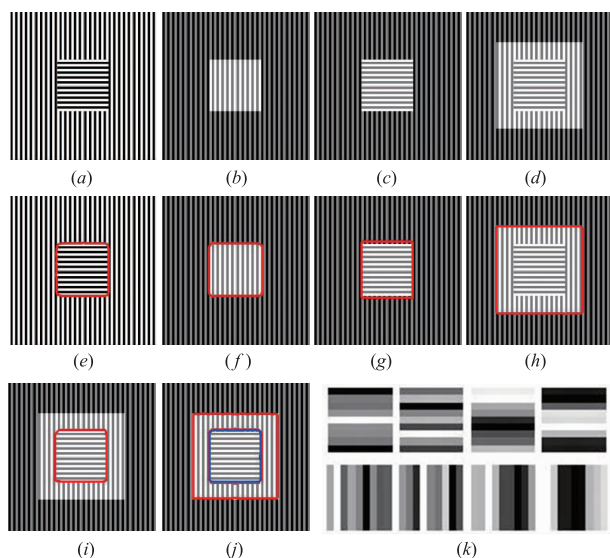
图2 不同情形下本文算法使用不同参数 λ 的分割结果

图2的实验结果说明了参数 λ 可以调节图像纹理在分割中的作用.当图像以块均值和纹理同时作为不同区域主要特征,则需要调节参数 λ 使分割结果达到平衡.特别,当测试图像不同区域的两个主要特征,平均灰度和纹理模式重叠在同一个区域,参数 λ 的选择较为鲁棒.图3(a)为合成纹理图像,可以看到平均灰度和纹理模式都能较好地地区分不同区域.图3(b)、(c)和(d)分别为本文算法参数 λ 取值为0.01,1和100时的分割结果,分割精确度分别为0.9839、0.9896和0.9866.由于该测试图像不同区域的两个主要特征(区域块均值和局部纹理),具有较明显的差别,所以这种情形下,本文算法对参数 λ 的选择较为鲁棒.显然,控制区域块均值和纹理成分在分割中作用大小的一个直接方法,对区域块均值 C_i 和纹理字典表示 $D_i \alpha_i(x)$ 进行加权处理,但这样做又会引入更多的参数.

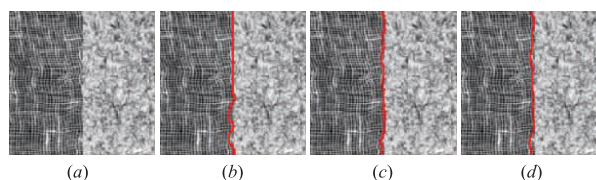
图3 本文算法使用不同参数 λ 的分割结果

图4(a)和(b)均为包含了两种纹理的合成图像.由测试图像可以观察到,不同图像中两个区域的灰度值和局部纹理模式较相似,这类图像的分割具有一定的挑战性.图4(c)和(d)为本文算法的分割结果,分割精确度分别为0.9631,0.9830.由图4(e)可以看到随着迭代次数的增加,能量泛函 F 的值逐渐递减,最终趋于恒定值.图4(f)和(g)分别给出本文算法分割图4(a)和(b)的学习字典原子,由于不同区域的纹理模式非常相似,从视觉上可以看到,不同区域的学习字典原子也非常相似,但仍然有所不同.实验结果表明,在这种情形下,本文算法仍然给出了较高质量的分割结果.

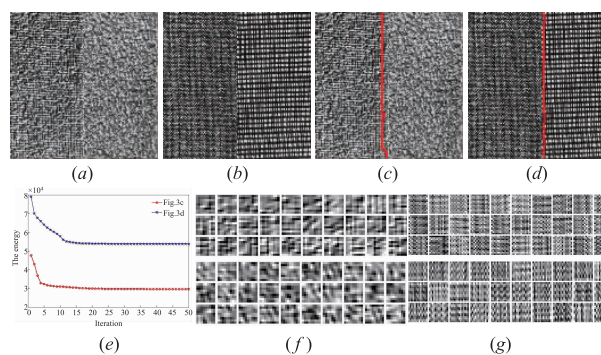


图4 本文算法对两区域合成纹理图像分割的结果

模型2中的正则项参数 η 控制着分割边界的正则

性. 图 5(a) 为人工合成纹理图像. 图 5(b) 和 (c) 分别为本文算法中参数 η 取值为 0.001 和 1 的分割结果及局部放大显示, 分割精确度分别为 0.9908 和 0.9916. 从实验结果可以看到, 参数 η 越大分割边界越正则. 尽管参数 η 的选取需要根据不同图像手动调节, 然而经过大量实验, 我们发现参数 η 在集合 $\{10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 1\}$ 中选取可以给出满意的分割结果.

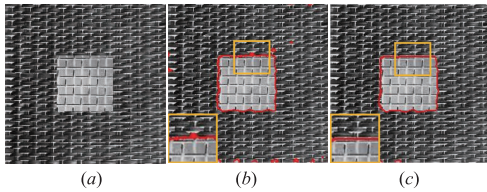


图5 本文算法使用不同参数 η 的分割结果

图 6(a) 和图 7(a) 为包含了三种纹理和四种纹理的人工合成测试图像. 图 6(b) 和图 7(b) 分别为标记的初始化隶属度函数. 图 6(c) 和图 7(c) 为本文算法分割图像后标记的边界. 图 6(d) 和图 7(d) 为本文算法分割的不同区域, 分割精确度分别为 0.9875 和 0.9845. 从实验结果可以看到本文方法完成了高质量的多区域纹理分割.

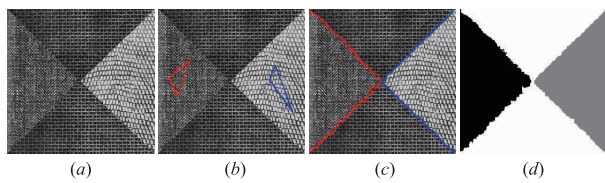


图6 本文算法对三区域合成纹理图像分割的结果

字典大小参数的选择与图像纹理的尺度和复杂程度有关. 字典的大小需要根据测试目标的复杂程度进行调节. 表 1 列出本文算法在以上所有合成测试图像上的实验参数, 包括分割区域数 N , 参数 λ , η 和子字典大小参数. 表 1 中, 字典大小参数是经过经验调节的取值, 由于图像的复杂性, 很难进行自适应选取. 字典大小参

表 1 本文算法的实验参数

Image	Image size	N	λ	η	The size of dictionary
Fig. 1 (a)	130 × 130	2	10	0.1	169 × 30
Fig. 2 (a)	255 × 255	2	0.0002	1	81 × 4
Fig. 2 (b)	255 × 255	2	100	1	81 × 4
Fig. 2 (c)	255 × 255	2	0.01	1	81 × 4
Fig. 2 (d)	255 × 255	2	100/0.0002	1	81 × 4
Fig. 2 (d)	255 × 255	3	0.01	0.1	81 × 4
Fig. 3 (a)	150 × 150	2	0.01/1/100	0.1	169 × 70
Fig. 4 (a)	130 × 130	2	0.0001	1	81 × 30
Fig. 4 (b)	130 × 130	2	0.0001	1	169 × 30
Fig. 5 (a)	255 × 255	2	10	0.001/1	169 × 20
Fig. 6 (a)	256 × 256	3	0.1	0.1	121 × 30
Fig. 7 (a)	256 × 256	4	0.1	0.1	81 × 20

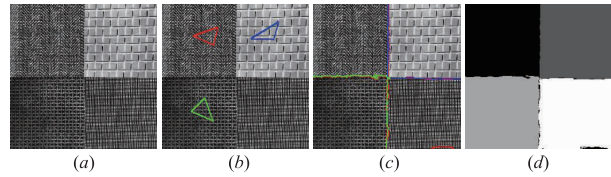


图7 本文算法对四区域合成纹理图像分割的结果

数选取的一般原则为: 图像纹理模式的尺度越大, 字典原子的维数越高, 图像纹理模式越复杂, 字典的原子个数越多.

下面给出使用模糊区域竞争 (Fuzzy Region Competition, FRC) 方法^[6] 和 Graph-cut 方法^[25] 对以上测试图像做分割的对比实验. FRC 方法也属于模糊分割方法, 为了比较公平, 该方法使用与本文方法相同的初始化隶属度函数. Graph-cut 方法是在图像编码框架下, 使用主成分分析和图割算法, 最小化图像纹理和边界的编码长度获取分割结果. 选择与这两种方法比较的原因如下:

(1) FRC 方法是基于全变差正则的模糊分割方法, 它是模糊分割方法的代表, 本文方法也属于模糊分割方法, 所以与该方法比较, 具有一定的可比性.

(2) Graph-cut 方法是目前对自然纹理图像分割效果较好的方法, 与该方法比较, 更能体现本文方法的优势.

图 8 给出 FRC 方法与 Graph-cut 方法在合成纹理测试图像上的分割结果. 我们尽力调节这两种方法的参数, 以获得最好的分割结果, 然而仍然能观察到很多孤立区域和不正则的边, 甚至无效的分割结果. 从图 8 中第 1 行第 1 列、第 1 行第 3 列和第 2 行第 2 列的分割结果可以看到, FRC 方法在这三个图像上也能获得有效的分割结果, 然而在其它测试图像上分割效果较差. FRC 方法只考虑到边界的正则性和不同区域的灰度信息, 并没有考虑不同区域纹理模式的差异. 由于这三个图像不同区域的平均灰度差异较大, 所以 FRC 方法能够获得有效的分割结果. 然而其它测试图像中, 不同区域以纹理模式为主要特征, 并且很多区域的平均灰度较为相似, FRC 方法没有考虑局部纹理结构, 因此导致较差的分割结果. 特别可以看到图 8 中第一个分割结果, 该测试图像完全以纹理模式为区域特征, FRC 方法无法分割这类图像. 从图 8 中的第 3 行和第 4 行可以看到, 虽然 Graph-cut 方法能够得到相对有效的分割结果, 然而我们在实验中发现, 尽管调节不同的参数, 但在合成纹理图像上很难得到较为正则的分割边界, 并且分割精确度也低于本文方法. 表 2 列出本文方法、FRC 方法与 Graph-cut 方法分割合成纹理测试图像的运行时间、分割精确度. 从运行时间上来看, FRC

方法最快, Graph-cut 方法最慢. 从分割精度上来看, 本文方法最优. 不论在视觉上还是分割精确度上, 由以上对比实验可以看到本文方法的优势.

表 2 运行时间和分割精确度的比较

Image	Our method		FRC method		Graph-cut method	
	Accuracy	time(s)	Accuracy	time(s)	Accuracy	time(s)
Fig. 1(a)	0.9940	32.0110	0.9928	16.0680	0.9617	195.0420
Fig. 2(a)	0.9989	22.8850	0.4991	8.7680	0.9836	791.3760
Fig. 3(a)	0.9866	61.1990	0.9908	6.9420	0.9859	185.4220
Fig. 4(a)	0.9631	85.8940	0.6363	16.3340	0.9500	140.6960
Fig. 4(b)	0.9830	53.3060	0.5497	15.8810	0.9626	130.4920
Fig. 5(a)	0.9916	81.6500	0.9910	21.2630	0.9884	563.0670
Fig. 6(a)	0.9875	399.6730	0.5652	81.2910	0.9500	553.7630
Fig. 7(a)	0.9845	358.3630	0.5886	117.4220	0.8336	536.8600

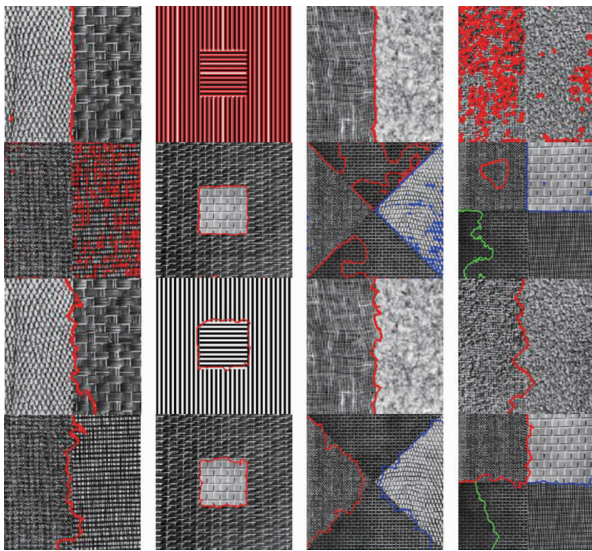


图8 FRC方法(第1、2行)与Graph-cut方法(第3、4行)对合成纹理图像分割的结果

为进一步验证本文方法的有效性, 下面的实验对比本文方法、FRC方法、Graph-cut方法和多尺度分割方法^[20]在自然图像上的分割结果. 其中, 多尺度分割方法是基于变分并结合图像分解的分割方法, 通过尺度参数的设定, 该方法可以得到不同尺度的分割结果. 为了比较公平, 本文方法、FRC方法和多尺度分割方法使用相同的初始化分割, 所有方法的参数, 通过循环调节, 以获得最好的分割结果. 图9给出这四种方法在自然图像上的分割对比实验. 这些测试图像来自著名的 Weizmann 数据库. 从实验结果可以看到, 对大部分测试图像而言, FRC方法(第3行)容易出现小的孤立区域, 如果正则参数取值较大, 则会出现未分割现象. 对比 Graph-cut方法, 本文方法能获与其相当的分割结果, 从本文方法(第2行)与 Graph-cut方法(第4行)的图像分割细节, 在有些测试图像上, 本文方法的结果甚至更优, 例如: 图9中的第2列和第3列的分割结果, 并且本文方

法的速度更快. 多尺度分割方法是以像素点作为图像特征描述子. 对比多尺度分割方法(第5行), 本文方法是以图像块作为图像特征描述子, 因此本文方法更能有效的描述自然图像的局部变化, 其分割结果更优于多尺度分割方法, 例如: 图9中的第2列、第3列和第4列的分割结果. 以上实验结果表明, 本文方法能够有效分割这些自然图像. 然而, 注意到本文方法的一些结果中存在未分割现象或过分割现象, 例如: 图9中第2行第1列图中的一些弱边界、图9中第2行第3列图中的左边的一些树枝. 其原因在于本文方法使用图像块作为特征描述子, 如果选择较大的图像块, 导致图像细节的未分割现象, 如果选择较小的图像块, 导致图像细节的过分割现象. 一个有效的解决途径是在本文框架下发展多尺度字典学习的分割方法. 另外, 本文是通过循环调节字典大小给出较好的结果, 怎样合理的选择字典大小, 该问题仍然没有得到解决. 这些问题在结论与展望中指出进一步研究方向.

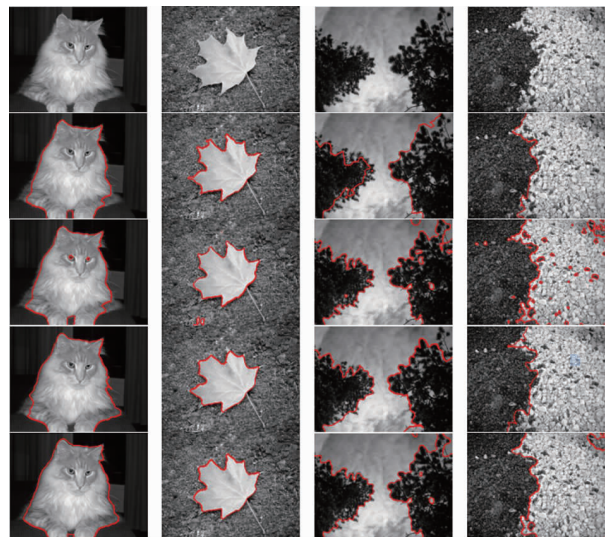


图9 原始图像(第1行), 本文方法(第2行), FRC方法(第3行), Graph-cut方法(第4行)和多尺度方法(第5行)对自然图像分割的结果

5 结论与展望

本文结合多字典学习和模糊方法给出了一种基于多字典学习的图像分割模型和相应求解算法, 用实验验证了本文方法的有效性和优势. 本文方法是基于自适应学习字典的分割算法, 自适应性较强, 对图像局部变化和局部纹理能较好地描述, 不仅能有效的分割自然图像, 而且对不同的纹理具有较强的判别能力. 本文提出的图像分割方法是以图像块为特征, 它是像素为特征的经典图像分割方法的推广. 因此, 其它基于像素的分割方法, 包括不同的正则化方法, 特征域方法, 都可以在本文提出的内部一致性度量和分割模型(1)的

思想下,进一步讨论.

本文方法中有许多值得探索的问题:一方面,本文方法使用隶属度函数的正则约束来保持分割区域边界的几何结构,从而使得学习字典的对不同区域较好的表示,然而这样导致算法相对复杂,如何在无正则约束的条件下,发展快速多字典学习分割算法;另一方面,自然图像中普遍存在的一种现象是尺度不一致问题,即:图像不同区域的尺度可能会不同,同一区域图像内容的尺度也可能不一致,因此如何在本文框架和思路下,发展多尺度字典学习方法;最后,当分割区域数较多时,怎样合理的选择字典大小,字典大小对分割结果有怎样的影响. 这些问题是我们进一步的研究方向.

参考文献

- [1] Kang Y, Yamaguchi K, Naito T, et al. Multiband image segmentation and object recognition for understanding road scenes[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2011, 12(4): 1423 – 1433.
- [2] Arisoy S, Kayabol K. Mixture-based superpixel segmentation and classification of SAR images[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2016, 13(11): 1721 – 1725.
- [3] Potts R B. Some generalized order-disorder transformations [A]. *Mathematical Proceedings of the Cambridge* [C]. London, UK: Philosophical Society, 1952. 106 – 109.
- [4] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1989, 42(5): 577 – 685.
- [5] Kass M, Witkin A P, Terzopoulos D. Snakes: active contour models [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1988, 1(4): 321 – 331.
- [6] Li F, Ng M K, Zeng T Y, et al. A multiphase image segmentation method based on fuzzy region competition[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2010, 3(3): 277 – 299.
- [7] Li C, Kao C Y, Gore J C, et al. Implicit active contours driven by local binary fitting energy [A]. *Proceedings of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition* [C]. Minneapolis, MN, USA: IEEE, 2007. 1 – 7.
- [8] Li C, Huang R, Ding Z, et al. A level set method for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities with application to MRI[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, 20(7): 2007 – 2016.
- [9] Lu Z, Carneiro G, Bradley A P. An improved joint optimization of multiple level set functions for the segmentation of overlapping cervical cells[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2015, 24(4): 1261 – 1272.
- [10] Jain A K, Farrokhnia F. Unsupervised texture segmentation using Gabor filters [J]. *Pattern Recognition*, 1991, 24(12): 1167 – 1186.
- [11] Lecellier F, Fadili J, Jehan-Besson S, et al. Region-based active contours and sparse representations for texture segmentation [A]. *International Conference on Pattern Recognition* [C]. Tampa, FL, USA: IEEE, 2008. 1 – 4.
- [12] Rousson M, Brox T, Deriche R. Active unsupervised texture segmentation on a diffusion based feature space [A]. *Proceedings of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition* [C]. Madison, WI, USA: IEEE, 2003. 699 – 704.
- [13] Houhou N, Thiran J P, Bresson X. Fast texture segmentation model based on the shape operator and active contour [A]. *Proceedings of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition* [C]. Anchorage, AK, USA: IEEE, 2008. 1 – 8.
- [14] Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 15(12): 3736 – 3745.
- [15] Yang J, Wright J, Huang T S, et al. Image super-resolution via sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(11): 2861 – 2873.
- [16] Candès E J, Eldar Y C, Needell D, et al. Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, 31(1): 59 – 73.
- [17] Chambolle A, DeVore R A, Lee N. Nonlinear wavelet image processing: variational problem, compression and noise removal through wavelet shrinkage [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 319 – 335.
- [18] Mory B, Ardon R. Fuzzy region competition: A convex two phase segmentation framework [A]. *International Conference on Scale Space Methods and Variational Methods in Computer Vision* [C]. Ischia, Italy: Springer Berlin Heidelberg, 2007. 214 – 226.
- [19] Tai C, Zhang X Q, Shen Z W. Wavelet frame based multiphase image segmentation [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2013, 6(4): 2521 – 2546.
- [20] Li Y F, Feng X C. A multiscale image segmentation method [J]. *Pattern Recognition*, 2016, 52: 332 – 345.
- [21] Zhang L, Yang M, Feng X C. Sparse representation or collaborative representation: which helps face recognition? [A] *Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision* [C]. Barcelona, Spain: IEEE, 2011. 471 – 478.
- [22] Cai S, Zhang L, Zuo W, et al. A probabilistic collaborative representation based approach for pattern classification [A]. *Proceedings of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition* [C]. Las Vegas, NV, USA: IEEE, 2016. 2950

-2959.

- [23] Cai J F, Osher S, Shen Z. Split Bregman methods and frame based image restoration[J]. *Siam Journal on Multi-scale Modeling & Simulation*, 2010, 8(2): 337 - 369.
- [24] Chen S, Cao L, Wang Y, et al. Image segmentation by map-ml estimations[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(9): 2254 - 2264.
- [25] Rao S R, Mobahi H, Yang A Y, et al. Natural image segmentation with adaptive texture and boundary encoding [A]. *Asian Conference on Computer Vision* [C]. Xi'an, China; Springer, 2009. 135 - 146.

作者简介



李亚峰 男, 1977 年 7 月出生, 陕西安康人, 2011 年毕业于西安电子科技大学, 获博士学位. 现为宝鸡文理学院计算机学院副院长、副教授, 研究方向为图像处理与模式识别.

E-mail: liyafeng770729@126.com